

سلسلة جنى في الرياضيات

هندسة و حساب المثلثات

الصف / الثالث الاعدادى

إعداد المهندس / جنى أحمد

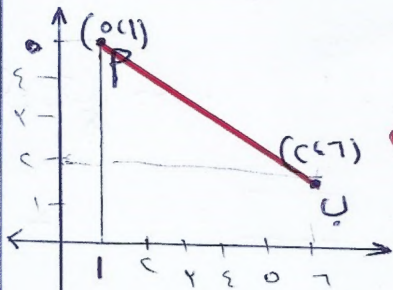
جروب يلا نذاكر رياضيات سوا



ERBBER

البعد بين نقطتين

درس اليوم سهل خالص قانون وأحد من أحفظه كويس جدا
وهنتكز مع بعض شوية حاجات وهنطبق على الدرس بيكرة



تعالوا نشوف إزاي نحسب البعد بين P و Q
عند النقطة P = (0, 1) Q = (6, 2) أو بعد طول PQ

الحل

القانون

البعد بين أي نقطتين = $\sqrt{(\text{مربع فرق السينات}) + (\text{مربع فرق فرق الصادات})}$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

البعد بين P و Q أو طول PQ = $\sqrt{(6-0)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{36+1} = \sqrt{37}$

وحد طول = $\sqrt{37} \approx 6.08$

مثال أوجد البعد بين (-2, 4) ونقطة الأصل
الحل

البعد بين النقطتين = $\sqrt{(0-(-2))^2 + (0-4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 0$ وحدة طول

سهل خالص

مثال إذا كان البعد بين النقطتين (0, 4) و (10, 0) هو وحدة طول واحدة

الحل

فيا P = ...

هنا بقع جعل زاوية معك العكس البعد = 1 وحدة طول عادي خالص
هكتب برضو القانون و أعوض و أشوف P

البعد بين النقطتين = $\sqrt{(1-0)^2 + (0-P)^2} = 1 + P^2$

$1 + P^2 = 1$ ← بتربع الطرفين

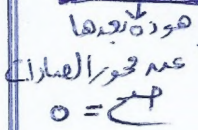
$1 + P^2 = 1 \rightarrow 1 - 1 = P^2 \rightarrow P^2 = 0$

III

مثال بعد النقطة (-5, 0) عن محور الصادات = 0 ... وحدة طول

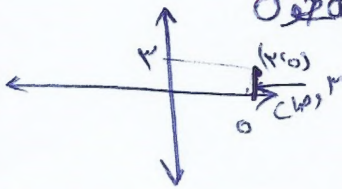
بعد أي نقطة عن محور الصادات = 10 - 1 = 9 ... وحدة طول

بعد أي نقطة عن محور السينات = 12 - 1 = 11 ... وحدة طول



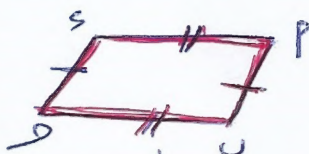
البعدية النقطة (0, 10) ومحور السينات = 0 ... وحدة طول

بعد النقطة عن محور السينات = 10 - 1 = 9 ... وحدة طول



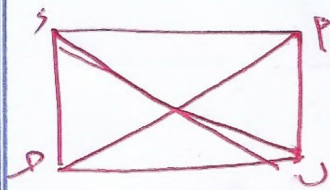
فهمنا كدة أول جزء في الدرس

تعالوا نفكر مع بعض شوية حاجات



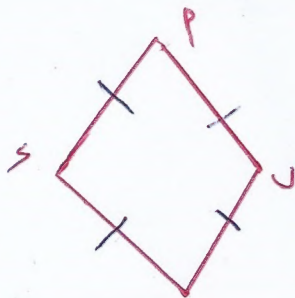
1 المتوازي الأضلاع

علاناه أثبت في الدرس ده إن الشكل متوازي أضلاع هثبت عن طريقه
إني أضيف أطول الأضلاع وأشوف إذا كان $UP = SP$ و $PS = UR$
الشكل متوازي أضلاع تمام كدة باتت الأشكال كده بوهنو



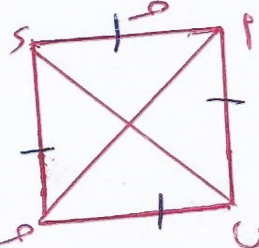
2 المستطيل

زي متوازي الأضلاع والقضيبين $UP = SP$ و $PS = UR$
الشكل مستطيل إذا كان $UP = SP$ و $PS = UR$
 $UP = SP$ و $PS = UR$ → القضيبين



3 المعين

جميع أضلاعه متساوية $UP = SP = PS = UR$



4 المربع

زي المعين والقضبان $UP = SP$ و $PS = UR$
 $UP = SP$ و $PS = UR$ → القضبان

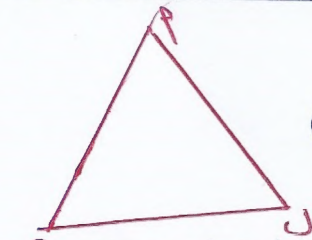
5 الدائرة



علاناه يكونوا وقصير على الدائرة بيقت لازم $UP = SP = PS = UR$
فهم كدة =

مهندسة : جنى أحمد

٦ المثلث



فأكره متباينة المثلث (مجموع أى ضلعين > الضلع الثالث)

→ لو عاينر أثبتنا ب < ٢ + ١ = ٣ فممكن

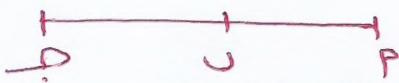
طيب إنراى أعرف نوع المثلث بالنسبة لزاوياه (فرضنا ٢ = طول أضلاع المثلث)

$$① \quad (A) = (B) + (C) \rightarrow \text{كأنه المثلث قائم الزاوية (ب)}$$

$$② \quad (A) > (B) + (C) \rightarrow \text{كأنه المثلث حاد الزوايا}$$

$$③ \quad (A) < (B) + (C) \rightarrow \text{المثلث منفرج الزاوية ف ب}$$

٧ ثلاث نقاط على استقامة واحدة



إذا كان $AB + BC = AC$ صح (شوف أكبر ضلع = مجموع الضلعين الآخرين)

تعالوا نطبقه على الكلام ده

مثال أثبت أن النقطة $P(2, 4)$ على AB حيث $A(1, 1)$ و $B(3, 5)$ تقع على استقامة واحدة

مهندسة : جنى أحمد

الحل

على استقامة واحدة إذا كان أكبر ضلع = مجموع الضلعين الآخرين تمام

$$AB = \sqrt{(1-3)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(1-2)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10} = \sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(3-2)^2 + (5-4)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} = \sqrt{5}$$

$$AB = AC + BC \rightarrow \text{أكبر ضلع} = \text{مجموع الضلعين الآخرين}$$

∴ A, B, C على استقامة واحدة

مثال بين نوع المثلث $P(2, 4)$ حيث $A(1, 1)$ و $B(3, 5)$ بالنسبة لأطوال أضلاعه

الحل

$$AB = \sqrt{(1-3)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(1-2)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10} = \sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(3-2)^2 + (5-4)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} = \sqrt{5}$$

∴ $AB = AC + BC$ ∴ A, B, C على استقامة واحدة
هنا بقاربه بين الأضلاع أفرد بالى (ممكن يكونه متساوى الأضلاع أو مختلف الأضلاع أو متساوى الأضلاع)

مثال

أثبت أنه المثلث الذي رؤوسه النقطة ٢ (٥، ٥) ب (٥، ١٠) ج (١٠، ١٥)

هـ قائم الزاوية فب تم أوصله مامته

الحل

مهندسة : جنى أحمد

هـ جيب الاول أطوال الأضلاع واشتقاقه $(-٢) = (١٠) + (-٥)$

$$١٨٠ = (١٠) = \sqrt{(-١) + (١٠)} = \sqrt{١٤٤ + ٣٦} = \sqrt{١٨٠} \quad \text{وحدة طول} \leftarrow (١٠)$$

$$٢٢٠ = (-٥) = \sqrt{(-٧) + (١٥)} = \sqrt{٦٤ + ٩٥} = \sqrt{٢٢٠} \quad \text{وحدة طول} \leftarrow (-٥)$$

$$٥٠٠ = (-٢) = \sqrt{(-٥) + (١٥)} = \sqrt{١٠ + ٤٠٠} = \sqrt{٥٠٠} \quad \text{وحدة طول} \leftarrow (-٢)$$



∴ المثلث ١٨٠ هـ قائم فب $(-٢) = (١٠) + (-٥)$

$$\Delta \text{ مامة} = \frac{1}{2} \times ١٨٠ \times ٢٢٠ = \frac{1}{2} \times ٣٩٦٠٠ = ١٩٨٠٠ \text{ وحدة مربعة}$$

مثال

أثبت أنه النقطة ٢ (٣، ٤) ب (٤، ٦) ج (٤، ٩) تقع على دائرة واحدة مركزها م (١، ١) تم أوصله محيط مامة الدائرة حيث

$$٣,١٤ = \pi$$

الحل

علنا نثبت أنم على الدائرة بصف لازم أشت $٢ = ١ = ٣ = ٤ = ٥ = ٦$

$$٢ = \sqrt{(-١) + (٣)} = \sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥ \quad \text{وحدة طول}$$

$$٣ = \sqrt{(-٦) + (٤)} = \sqrt{١٦ + ٩} = \sqrt{٢٥} = ٥ \quad \text{وحدة طول}$$

$$٤ = \sqrt{(-٩) + (١)} = \sqrt{٨١ + ١} = \sqrt{٨٢} = ٩ \quad \text{وحدة طول}$$

∴ $٢ = ٣ = ٤$ ∴ ب، ج، م تقع على الدائرة م أطول نصف

قطرها = ٥ وحدة طول

$$\text{محيط الدائرة} = ٢\pi \times ٢,٥ = ٣,١٤ \times ٥ = ١٥,٧ \quad \text{وحدة طول}$$

$$\text{مامة الدائرة} = \pi \times ٢,٥^2 = ٣,١٤ \times (٥) = ٧٨,٥ \quad \text{وحدة مربعة}$$

مثال

أثبت أنه النقطة ٢ (١٠، ١٠) ب (١٠، ٢٠) ج (٢٠، ٢٠) د (٢٠، ١٠) هـ (١٠، ٠) و (٠، ٠)

رؤوسه متوازي أضلاع

الحل

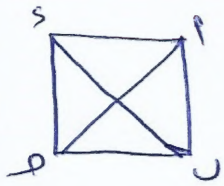


لازم أشت أنه $٢ = ٣ = ٤ = ٥ = ٦ = ٧ = ٨ = ٩ = ١٠$

حيث أنت مة

٤

مثال أثبت أنه النقط $P(2,3)$ و $U(3,0)$ و $S(0,2)$ و $M(0,0)$ هي رؤس مربع راجع طول قطره وحاته



الحل

علنا أثبت مربع لازم $P = U = M = S$ $PM = MU = US = SP$
 قنا $PM = US$

$PM = \sqrt{(2-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$ وحدة طول

$MU = \sqrt{(3-0)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{9+0} = 3$ وحدة طول

$US = \sqrt{(3-0)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ وحدة طول

$PS = \sqrt{(2-0)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$ وحدة طول

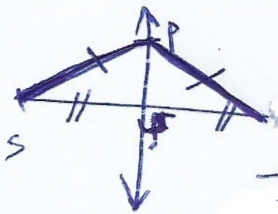
$MP = \sqrt{(2-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$ وحدة طول

$US = \sqrt{(3-0)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ وحدة طول

$\therefore PM = MU = US = SP = \sqrt{13}$ \therefore الشكل $PMUS$ مربع و طول قطره $PS = \sqrt{13}$ وحدة طول

حاته = مربع طول ضلعه = $(3)^2 = 9$ وحدة مربعة

مثال إذا كان محور تماثل هذه غير النقطه $P(4,6)$ حيث $M(1,2)$ و $S(7,3)$ و $U(3,-1)$ أوجدية M



الحل

محور التماثل يقسم القطعة المستقيمة الى جزئين متساويين
 وأي نقطة على محور التماثل تكون على بعدين متساويين من طرفيها
 $\therefore PM = SM$

$PM = \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{9+16} = 5$

مهندسة : جنى أحمد

$SM = \sqrt{(7-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{36+1} = \sqrt{37}$
 $\therefore \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{(7-1)^2 + (3-2)^2}$ بتربيع الطرفين

$9 + 16 = 36 + 1$
 $25 = 37$
 $1 - 9 - 36 + 11 = 214 + 22 - 49 + 14 - 3 + 11 = 1 + 22 + 9$
 $10 = \frac{10}{1} = 2 \leftarrow 10 = 212$

إحدى منتصفي قهوة منفية

(مسئله ۱۰)

ج س پ

$$\left(\frac{6 \times 10^6}{5} \right) = \left(\frac{3 \times 10^6}{5} \right)$$
$$(-7) \cup (-9)$$

اگر

نقرضانه و هر نقطه متعلق به CP

$$(2.4) = \left(\frac{6+2}{2}, \frac{7+2}{2} \right) = \left(\frac{\text{مجموع السينات}}{2}, \frac{\text{مجموع الينات}}{2} \right) = S \therefore$$

575

مثال إذا كانت النقطة (ص، هـ) منتصف AF حيث $P(1, -5)$ ، $B(4, 0)$
 فأوجد قيمة $ص$ الحل (ص = هـ)

خاوند قيمه س

أَيُّهَا لَقَدْ مَلِئْتُ فِيهِ كِتَابَ الْقَانُونِ وَأَعْوَضُ

نقطة المصير $(\vec{r}_p, \vec{v}_p) = (\vec{r}_p, \vec{v}_p)$ كما

$$\therefore (5, 5) = \left(\frac{0+0}{2}, \frac{9+1}{2} \right) \leftarrow (5, 5) = \left(\frac{2}{2}, 5 \right) \text{ (مف)}$$

المَقَط الأول = المَقَط الأول فأكبره

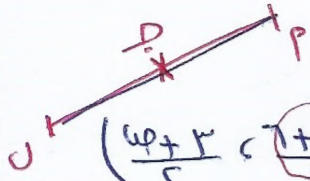
$$\frac{2}{5} = 0.4$$

مهندسة : جنى أحمد

مثال

إذا كانت $P(4, 7)$ منتصف \overline{PQ} حيث $P(-2, 5)$ ب $(7, 4)$ Q

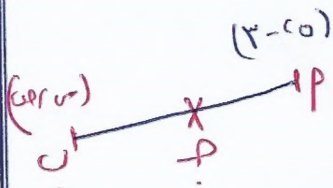
الحل



$$\begin{aligned} \text{ن} \quad \left(\frac{-2+7}{2}, \frac{5+4}{2} \right) &= (4, 7) \quad \therefore \left(\frac{-2+7}{2}, \frac{5+4}{2} \right) = (4, 7) \\ \text{نفس الكلام} \quad \text{النقطة الأولى} &= \text{النقطة الأولى} \quad \text{النقطة الثانية} = \text{النقطة الثانية} \\ \boxed{9} = 5 \quad \therefore 7+5 &= 12 \leftarrow \frac{5+4}{2} = 4.5 \quad \text{و} \quad \frac{-2+7}{2} = 2.5 \leftarrow \frac{5+4}{2} = 4.5 \end{aligned}$$

مثال إذا كانت $P(4, 7)$ منتصف \overline{PQ} حيث $P(10, 2)$ ب Q

الحل

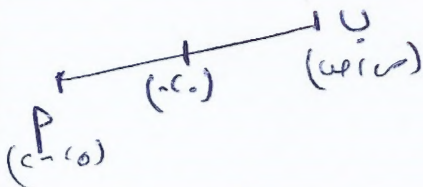


خذ بالك نقطة P هي التي محسوبة من منتصف $P(10, 2)$ ونقطة $Q(4, 7)$ ونقطة B

$$\begin{aligned} \left(\frac{10+4}{2}, \frac{2+7}{2} \right) &= (7, 4.5) \leftarrow \left(\frac{10+4}{2}, \frac{2+7}{2} \right) = (7, 4.5) \\ 7 &= \frac{10+4}{2} \quad \therefore 12 = 10+4 \leftarrow 7 = \frac{10+4}{2} \\ 4.5 &= \frac{2+7}{2} \quad \therefore 9 = 2+7 \leftarrow 4.5 = \frac{2+7}{2} \\ \therefore B &= (7, 4.5) \end{aligned}$$

مثال إذا كانت نقطة الأصل هي منتصف القطعة المستقيمة \overline{PQ} حيث $P(10, 2)$ ب Q فأن النقطة B هي

الحل



$$\begin{aligned} \text{نقطة الأصل} &= (0, 0) \quad \text{ب} \quad (10, 2) \\ \left(\frac{10+0}{2}, \frac{2+0}{2} \right) &= (5, 1) \end{aligned}$$

مندسة : جنى أحمد

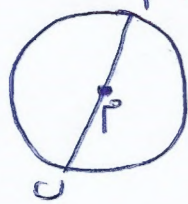
$$\begin{aligned} 5 &= \frac{10+0}{2} \quad \therefore 10 = 10+0 \leftarrow 5 = \frac{10+0}{2} \\ 1 &= \frac{2+0}{2} \quad \therefore 2 = 2+0 \leftarrow 1 = \frac{2+0}{2} \\ \therefore B &= (5, 1) \end{aligned}$$

لاحظ كرة $P(10, 2)$ ب $Q(0, 0)$ فأن النقطة B هي نقطة الأصل

مثال

نقطه قطرف دائرة مركزها م فاذا كانت ن (١١، ٨) م (٧، ٥)
 فأوجد احدائى م ، محيط الدائرة حيث $\pi = ٣.١٤$

الحل



* عندى اذا كانه نقطه قطرف الدائرة \therefore م هـ نقطة منتصف القطر ، نصف م (٧، ٥) ن (١١، ٨)

$$(٧، ٥) = \left(\frac{١١+٧}{٢} ، \frac{٨+٥}{٢} \right) \leftarrow \frac{١١+٧}{٢} = ٧ \leftarrow ١١+٧=١٤ \leftarrow ١٤=٢ \times ٧$$

$$\frac{٨+٥}{٢} = ٦.٥ \leftarrow ٨+٥=١٣ \leftarrow ١٣=٢ \times ٦.٥$$

هات أنت محيط الدائرة نرى الدرس السابق
 هات نقه \leftarrow واحد من المحيط $(٣، ٢) = ٦$

مثال فى الشكل المقابل هـ (٤، ٣) منتصف م (٧، ٥) و م (٣، ٢)

الحل

اذاى هجيب محيط المثلث لازم اعرف رؤس المثلث
 م (٧، ٥) هـ (٤، ٣) ن (٣، ٢)
 م (٧، ٥) هـ (٤، ٣) ن (٣، ٢)
 لان على محور السينات بقى الـ ٧ = ٧
 لان على محور الصادات بقى الـ ٥ = ٥
 تمام عندى هـ منتصف م ن $\therefore (٤، ٣) = \left(\frac{٧+٣}{٢} ، \frac{٥+٢}{٢} \right)$

$$\frac{٧+٣}{٢} = ٥ \leftarrow ٧+٣=١٠ \leftarrow ١٠=٢ \times ٥$$

$$\frac{٥+٢}{٢} = ٣.٥ \leftarrow ٥+٢=٧ \leftarrow ٧=٢ \times ٣.٥$$

\therefore طول م ن = ٦ و هـ طول م هـ = ٨

$$\therefore \text{طول م ن} = \sqrt{٦^2 + ٨^2} = \sqrt{٣٦ + ٦٤} = ١٠$$

او يمكنه (٧، ٥) = (٣، ٢) + (٤، ٣) \rightarrow فيثاغورث

\therefore محيط Δ م ن هـ = ٦ + ٨ + ١٠ = ٢٤ و هـ طول

مهندسة : جنى أحمد

ملاحظة

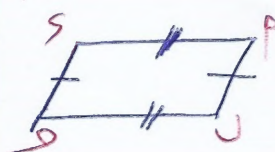
* اخذ اذاى اثبت انه متوازي اضلاع

قولنا عند طريقه الاضلاع $SP = SU$ $PS = PU$

* يمكنه ان ثبت بدروس الزاوية

عند طريقه القطر انه ينصف كل منها

٨

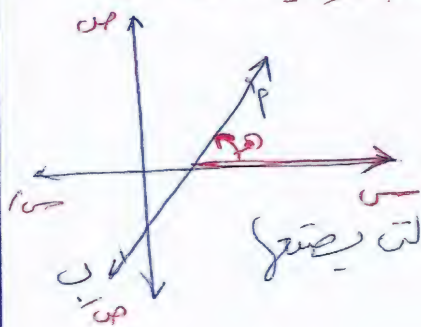


الدرس الثالث

ميل الخط المستقيم

أخذنا قبل مدة ميل الخط المستقيم لمعلومية نقطتين عليه فأكبره
لو عثرى ٢ (س١، ص١) ب (س٢، ص٢) يبقى ميل المستقيم ~~المطلوب~~ $\frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١}$ أو $\frac{ص١ - ص٢}{س١ - س٢}$ = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$

اليوم هنا أخذ إزاي زميل ميل الخط المستقيم لمعلومية الزاوية
التي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات



لو فرضنا إنه الزاوية دي أسماها

أقدر أقول إنه الميل هو ظل الزاوية الموجبة التي يصنعها
هذا المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

ميل المستقيم $\rightarrow \text{ظل } \theta$ = ظاه

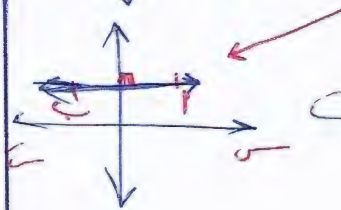
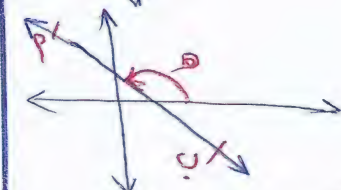
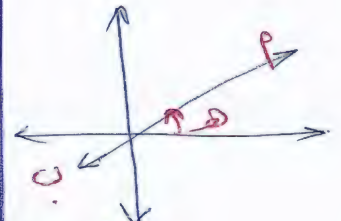
عندى ٤ حالات للميل

١ الميل موجب: إذا كانت ه زاوية حادة

٢ الميل سالب: إذا كانت ه زاوية منفرجة

٣ الميل صفر: إذا كان المستقيم يوازي محور السينات

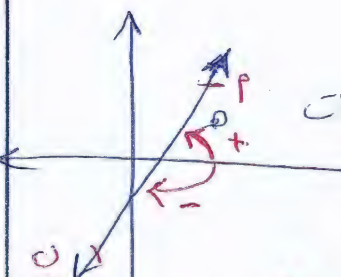
٤ الميل غير معرف: إذا كان المستقيم يوازي محور الصادات



* القياس الموجب والقياس السالب للزاوية

عندى الشكل المقابل أن يضع زاوية حادة مع محور السينات

وزاوية أخرى سالبة مع الاتجاه الموجب لمحور
السينات



مع اتجاه عقارب الساعة سالب

عكس اتجاه عقارب الساعة موجب

تعالوا نشوف أمثلة

مثال أوحد ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين م (٣٤١-) ، ب (٥١٩)

مسند في / هذا أحمد

الحل

$$\frac{c}{b} = \frac{2-5}{(1)-(-9)} = \frac{3-5}{1-9} = \frac{2}{-8} = -\frac{1}{4}$$

مثال

أوحد ميل الخط المستقيم الذي يصنع زاوية حادة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياساً ٢٠.٥°

الحل

٢° ← ميل = ظاه ← ٢.٠° ← الميل = $\frac{1}{37}$ → الميل موجب لأنه الزاوية حادة

٤° ← الميل = ظاه ← ٩.٠° ← غير معروف → يوازي محور الصادات أو عمودي على السينات

١٢٥° ← الميل = ظاه (١٢٥) = ١- → الميل سالب لأنه الزاوية منفرجة
 ١٢٥° ← الميل = ظاه = ١- → محور السينات أو يوازي محور السينات

مثال

باستخدام الآلة أوحد قياس الزاوية الحادة التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات في كل من الحالات الآتية

$$\frac{1}{37} - 3 = \frac{1}{37}$$

$$\textcircled{1} \quad 3 = 3673$$

الحل



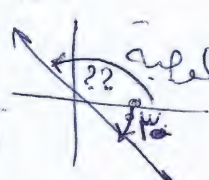
عند ٣ = ٣٦٧٣
 الميل = ظاه ← ٣٦٧٣ = ظاه
 $\text{shift tan } 3673 = 20.168^\circ = 20^\circ 10' 5.82''$

∴ قياس الزاوية الحادة = ٢٠.١° تقريباً

$$\frac{1}{37} - 3 = \frac{1}{37}$$

$$\text{shift tan } (-\frac{1}{37}) = -30$$

$$\frac{1}{37} = \text{ظاه}$$



هـ = ٢٠° - ١٨٠° = ١٥٠°
 من السالبة هجلاً إزاي
 لو طلع الزاوية سالبة أعزل كدة
 كدة تمام لأنه الميل سالب يبقى الزاوية منفرجة

الآلة من بتعرف تجيب غير الزاوية الحادة فقط سواء الموجبة أو السالبة

العلاقة بين ميل المستقيم المتوازيين

* إذا كان $l \parallel m$ مستقيمان متوازيين ميلهما m, m
فإن $m = m$ والعكس صحيح $\leftarrow m = m - 2 = 2$ نفس

* إذا كان $l \parallel m$ فإن $m = m$ $l \parallel l$

مثال إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{c}{2}$ و $\frac{c}{2}$ متوازيين

فإن $c = \dots$

الحل

∵ المستقيمان متوازيين ∴ $m = m$ ومن هنا فقد أجبنا

$$\frac{c}{2} = \frac{c}{2} \leftarrow \frac{c}{2} = \frac{c \times c}{2} = c \leftarrow \frac{c}{2} = \frac{c}{2}$$

العلاقة بين ميل المستقيم المتعامدين

* إذا كان $l \perp m$ مستقيمان متعامدين ميلهما m, m على الترتيب
فإن $m \times m = -1$ والعكس صحيح **هندسة / ابن أحمد**
* إذا كان $m \times m = -1$ فإن $l \perp l$

مثال إذا كان m, m ميلين مستقيمين متعامدين $m = 2$ فإن

الحل

مستقيمان متعامدين $\leftarrow m \times m = -1$ أعوض

$$2 \times 2 = -1 \leftarrow 2 = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

مثال أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين $A(2, 4)$ و $B(2, -2)$ عمودي على المستقيم المار بالنقطتين $C(1, 2)$ و $D(2, 1)$

الحل

هنا نعمل أية هجيب ميل المستقيم الأول و ميل الثاني ونعدله

أضرب $m \times m$ لو طلع -1 أثبتت أنه المستقيمان متعامدين
① ميل المستقيم المار $A(2, 4)$ و $B(2, -2)$ \rightarrow غير معرف يوازي المحاور
② ميل المستقيم $C(1, 2)$ و $D(2, 1)$ \rightarrow يوازي محور السينات

مثال أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين $(1, 2)$ و $(3, 6)$ يوازي المستقيم الذي يصنع زاوية حادة قياسها 45° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

الحل

هجين ميل الأول وميل الثاني

$$1 = \frac{(1-2)}{3-6} = (3, 6), (1, 2)$$

$$m = 45^\circ = 1$$

مهندسة الزوايا

المستقيمان متوازيان

مثال إذا كان المستقيم OP // محور الصادات حيث $P(5, 3)$ و $O(0, 0)$ أوجد قيمته

الحل

ميل المستقيم الموازي لمحور الصادات غير معرف

$$m = \text{غير معرف} = \frac{3-0}{5-0}$$

غير معرف يعني المقام = صفر

$$3-0 = 3 \leftarrow \text{صفر} = 5-0$$

مثال إذا كان المستقيم l يمر بالنقطتين $(1, 3)$ و $(2, 1)$ والمستقيم m يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية حادة قياسها 45° فأوجد قيمة k إذا كان المستقيمان l و m متوازيين

الحل

$$1 = \frac{1-3}{2-1} = \frac{1-4}{3-2} = 45^\circ$$

$$k = \text{صفر}$$

$$1 = 1 \times 1 \leftarrow \text{إذا كان } l \perp m$$

$$1 = 45^\circ = m, \quad \frac{1-k}{2-1} = 1$$

$$k = 2$$

$$1 = 1 \times \frac{1-k}{1-2} \leftarrow 1 = 1-k$$

① أثبت أن النقطة م (١، ١) و ن (٢، ٢) تقع على استقامة واحدة

① طريقة الاصول (البعد) راجع على اول درس هدية

لازم میل $\vec{AP} = \text{میل } U = \text{میل } P$
 او اشت $2 \text{ میل } U = \text{میل } P$

$$c = \frac{1-2}{1-c}$$

$r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i^2}} = \frac{2-1}{\sqrt{2 \cdot 2}} = 1$

⑤ اُتب - $\Delta \cup \Delta$ قائم و $\Delta \cap \Delta$ $(1-1) \cup (1-1)$ $(1-1) \cup (1-1)$

① طريقة البعد نزول درج الحل

② طريقة المثلث $\overline{NP} \perp \overline{NP}$ عند طريقه ميل $\overline{NP} \times$ ميل $\overline{NP} = 1 -$
 \therefore ميل $\overline{NP} = \frac{1+3}{1+2} = \frac{4}{3}$
 ميل $\overline{NP} = \frac{2-0}{2-1} = \frac{2}{1} = 2$

$$1 - \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{p_i}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{p_i}} \times \frac{\sum_{i=1}^n p_i}{\sum_{i=1}^n p_i} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{p_i}}$$

(1) عند طريقه البعد $s_P = u$ و $s_U = s_P$ اول درج
 (2) عند طريقه الجذر القطر القطره ينصف كل من الآهر م متصف م، م متصف
 الثاني م متصف القطره المستقيم

(3) عند طریقہ المیل کی ذیلیہ متقابلہ متوازنہ
 میل $\vec{SP} = \vec{SQ}$ میل $\vec{UP} = \vec{UQ}$ میل $\vec{AS} \leftarrow$

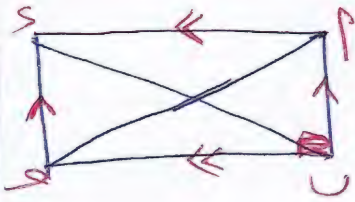
$P(1,1) = 0$ $U(0,0) = 0$ $H(0,0) = 0$ $S(0,0) = 0$ $PSUP(0,0) = 0$ $PSUP(0,1) = 0$

$\epsilon = \frac{c-1}{c+1} = \frac{1-0}{1+0} = \frac{1}{2}$ $\therefore \epsilon = \frac{1}{2}$ $\therefore \vec{DS} \parallel \vec{UP}$

$\frac{1}{6} = \frac{0.7}{1.0} = \frac{5 \text{ ميل}}{7 \text{ ميل}}$

صدا @ نتایج انجمن اصلاح
۱۵ خرداد

④ المستطيل



① عند طريقة الاضلاع (البعد) المستطيل
 $SP = QU$ و $QU = SP$
 $SU = PQ$ و $PQ = SU$
 والقطران متساويان

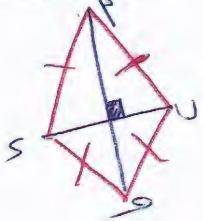
⑤ عند طريقة الميل

كل ضلعين متقابلين متوازيين و ضلعين متجاورين متعامدان

يعني ميل $\vec{SP} = \vec{QU}$ و ميل $\vec{SU} = \vec{PQ}$ و ميل $\vec{SU} = \vec{PQ}$ و ميل $\vec{SP} = \vec{QU}$ و ميل $\vec{SU} = \vec{PQ}$ و ميل $\vec{SP} = \vec{QU}$

$$\text{ميل } \vec{SP} \times \text{ميل } \vec{SU} = 1$$

ضلعان متوازيان
 متعامدان



⑥ المعبر

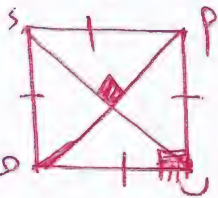
① عند طريقة الاضلاع (البعد) المعبر

$$SP = QU = SU = PQ$$

② عند طريقة الميل أثبت توازي الاضلاع و القطران متعامدان

$$\text{ميل } \vec{SP} = \text{ميل } \vec{QU} \quad \text{و} \quad \text{ميل } \vec{SU} = \text{ميل } \vec{PQ}$$

$$\text{ميل } \vec{SP} \times \text{ميل } \vec{SU} = 1 \quad \text{و} \quad \text{ميل } \vec{SU} \times \text{ميل } \vec{PQ} = 1$$



⑦ المربع

① عند طريقة الاضلاع متساوية + القطران متساويان

$$SP = QU = SU = PQ \quad \text{و} \quad SU = PQ$$

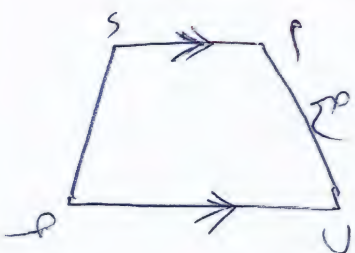
② عند طريقة الميل أثبت توازي الاضلاع + ضلعان متوازيان

متعامدان + القطران متعامدان و القطران المتساويان

$$\text{ميل } \vec{SP} = \text{ميل } \vec{QU} \quad \text{و} \quad \text{ميل } \vec{SU} = \text{ميل } \vec{PQ}$$

$$\text{ميل } \vec{SP} \times \text{ميل } \vec{SU} = 1 \quad \text{و} \quad \text{ميل } \vec{SU} \times \text{ميل } \vec{PQ} = 1$$

⑧ شبه المنحرف



هو شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متوازيان

بقية عند طريقة الميل أثبت التوازي

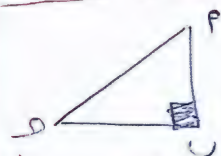
$$\text{ميل } \vec{SP} = \text{ميل } \vec{QU} \quad \text{و} \quad \text{ميل } \vec{SU} = \text{ميل } \vec{PQ}$$

الحل

① إذا كان $\vec{UP} \perp \vec{PD}$ وكان ميل $\vec{UP} = \frac{1}{2}$ فانه ميل $\vec{PD} = -2$
 على طول عكس اتجاه الميل الثاني أشعلت الأول وأغير إشارة

$$\frac{1}{2} = 2 \leftarrow \frac{1}{2} = -2$$

② $U \neq P$ قائم في P فيه $P = (0, 1)$ $U = (1, 0)$ فانه ميل $\vec{UP} = -1$



$\vec{UP} \perp \vec{UP}$ قائم في P

عمل أنت الباقي

③ UP و PD متوازي أضلاع حيث $P = (-1, 4)$ $U = (1, 6)$ فانه ميل $\vec{UP} = 1$

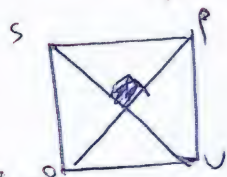


متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متوازيين

\therefore ميل $\vec{UP} =$ ميل \vec{PD}

$$\text{ميل } P = \frac{4-1}{-1-0} = -3 \quad \therefore \text{ميل } D = -3$$

④ إذا كان UP و PD مربعاً فانه ميل $\vec{UP} = 1$ حيث $P = (2, 0)$



قطر المربع متعامد ميل $\vec{UP} \times$ ميل $\vec{PD} = -1$
 ميل $P = \frac{0-1}{2-0} = -\frac{1}{2}$ ميل $U = \frac{1}{2}$ أشعلت وأغير الإشارة

⑤ إذا كان المنحني \vec{PD} يوزن حجم الصادات حيث $P = (3, 4)$

$D = (7, 5)$ فانه $P = 3$ صرب تجللا

مثال اشت أن النقطة $P = (-1, 1)$ $B = (2, 0)$ $D = (0, 6)$

$D = (2, 4)$ هـ رءوص مربع

الحل

أجب بنقله

مثال في الشكل المقابل UP و PD متوازيين $\vec{UP} \parallel \vec{PD}$

$P = (4, 9)$ $U = (2, 4)$ $D = (5, 3)$ $S = (4, 3)$



الحل

$$\vec{UP} \parallel \vec{PD} \quad \therefore \text{ميل } \vec{UP} = \text{ميل } \vec{PD}$$

الحل الحل

الحمد لله
 المدرس فخلص

الدرس الرابع معادلة الخط المتقيم

فأكرهه أخذ السنة الماضية إزاي إرسم العلاقة دي

$$M = U + U + U = 3U \rightarrow$$
 ودي كانت بتتسمى بخط متقيم
 وكنت بعرف أحيب نقط التقاطع مع محوري الإحداثيات
 تمام اليوم فلأخذ **إزاي أحيب الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات**
 من معادلة الخط المتقيم **إزاي لو عندي نقطة والميل أعرّف أحيب المعادلة فنزل**
 تعالوا نشوف الشرح

I إيجاد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات

إذا كانت المعادلة على صورة $M = U + U + U = 3U$
 فإنه الميل هو M ، طول الجزء المقطوع من محور الصادات = M
مثال أوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات $M = 3 - U$

الحل $M = 3 - U$ هنا $M = 3 - U$

$M = 3$ ، $U = 3$ ، أنا عايز أطول يبقى لازم موصل

الميل = 0 ، طول الجزء المقطوع من محور الصادات = $12 - 1 = 11$ وهذه طول

مثال أوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات $M = 3 + \frac{U}{2}$

الحل

$M = 3 + \frac{U}{2}$ ← هخل من لو صدها $M = 3 + \frac{U}{2}$ ، $U = 6$ ، $M = 6$

كرة بقت على صورة $M = 3 + \frac{U}{2}$ ، $M = 3$ ، $U = 6$

الميل = $\frac{1}{2}$ ، طول الجزء المقطوع من محور الصادات = 2 وهذه طول

خلاصة أول جزء

لو كانت المعادلة على صورة $M = U + U + U = 3U$
 الميل = M ، طول الجزء المقطوع من محور
 الصادات = M
 إذا $M = U + U + U = 3U$
 الميل = $\frac{P}{Q} = \frac{\text{معاط } M}{\text{معاط } U}$
 طول الجزء المقطوع = $\frac{P}{Q}$

مثال

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$$

الحل

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-2}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow -1 = \frac{1}{2}$$

طول الجزء المقطوع من محور الصادات = $\left| \frac{-1}{\frac{1}{2}} \right| = 2$
كده الجزء ده تمام تعالوا شوف تاني جزء

إيجاد معادلة الخطة المستقيم بمعلومية الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات

الصادات

هنا بقى العكس معطى الميل وطول الجزء المقطوع وعاليز المعادلة
سأخذها أنا عندي صورة المعادلة $3 = 2 + 1$ اخوض

مثال

أوجد معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{3}{2}$ ويقطع من الجزء السالب لمحور الصادات

الحل

الصادات

تمام

$$3 = 2 + 1$$

$$3 = 2 + 1 \Rightarrow 3 - 2 = 1 \Rightarrow 1 = 1$$

ميله $\frac{3}{2}$ ويقطع من الجزء السالب لمحور الصادات

الصادات

الحل

أخذ بالبقية من نقطة قال يقطع من الجزء السالب لمحور الصادات
بقية كدة $3 = 2 + 1$ تمام

$$3 = 2 + 1 \Rightarrow 3 - 2 = 1 \Rightarrow 1 = 1$$

$$3 = 2 + 1 \Rightarrow 3 - 2 = 1 \Rightarrow 1 = 1$$

ميله $\frac{3}{2}$ ويمر بالنقطة (2, 3)

الحل

يمر بالنقطة (2, 3) يبقى $3 = 2 + 1$ الصادات

لأنه $3 = 2 + 1$ يبقى نقطة تقاطعه مع محور الصادات

$$3 = 2 + 1 \Rightarrow 3 - 2 = 1 \Rightarrow 1 = 1$$

يمكن بصيغة أخرى ونجيب الميل سيكون معطى صيا
أحيته أنا الأول ونجيبه أعوض فيه

مثال أوجد معادلة الخط المستقيم ① المار بنقطة الأصل ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ١٣٥°

الحل

هنا الميل من صاشر يقع هجبية ٣ = ظاه \therefore ظاه ١٣٥ = ١ -
 يمر بنقطة الأصل (٠، ٠) من أطول الجزء المقطوع = صف

$$٥٥ = ٣ + ٥ - ٥ \leftarrow \therefore ٥٥ - = ٥٥$$

② المار بالنقطة (٢، ٣) ه = ٥٥°
الحل

الميل = ظاه = ظاه = ١ كدة جيب الميل
 هنا النقطة ملهاش علاقة بمحور الصادات يقع همل اية ١
 $٥٥ = ٣ + ٥ - ٥ \leftarrow ٥٥ = ١ + ٥ - ٥$ الخط المستقيم
 يقع اعوض بيل وأطلع قبة ب
 $٢ = ١ \times ٣ + ٥ - ٥ \leftarrow ٢ + ٢ = ٤ \therefore ٥ - = ١$

$$٥٥ = ٥ - ١$$

خلاصة الجزء دة
 علنا رجب المعادلة لازم يكونه عندي ① الميل و طول الجزء المقطوع
 من محور الصادات ② الميل وأي نقطة في الخط المستقيم

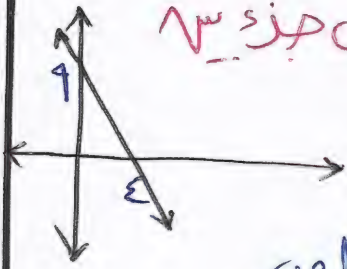
ولومن معطى صاشرة الميل رجب به الأول
مثال يقطع الجزء السالب من محور الصادات ٣ وصادات ويوازي المستقيم الذي معادلته ٣ - ٥ = ٦

الحل

هنا معطى ٣ - ٥ = ٦
 الميل يقع مشعوبد أجزئه
 يوازي المستقيم ٣ - ٥ = ٦ \rightarrow ميل هذا المستقيم = $\frac{-٥}{٣} = \frac{-٥}{٣}$
 ميل المستقيم المطلوب = ميل الموازي له = $\frac{-٥}{٣}$

$$\begin{aligned} & \text{كده بقع عندي } 3 = \frac{9}{2} \quad 6 = 2 - 2 \\ & \therefore 2 + 5 - 3 = 4 \quad \boxed{2 - 5 - \frac{9}{2} = 4} \end{aligned}$$

مثال يقطع منه محورى الاحداثيات السينى والصادى جزئى ٩
موجبى طولها ٩٠٤ على الترتيب



الحل
عندي النقطة (٠، ٤) ، (٩، ٠) الخط المستقيم
كده ٩ = ٤ - ٥ + ٣

$$\begin{aligned} & 3 = \frac{4 - 5}{2} = \frac{4 - 5}{2} = \frac{4 - 5}{2} \\ & \therefore 2 + 5 - 3 = 4 \quad \boxed{9 + 5 - \frac{4}{2} = 4} \end{aligned}$$

مثال المستقيم المار بالنقطة (٢، ١) عموديا على المستقيم المار بالنقطة (٠، ٢) و (٤، ٠)

الحل
قولت لازم اعلم انه تعرف اهل بقع عندي ميل ونقطة تمام هجيب الميل
المستقيم المار بالنقطة (٢، ١) والمطلوب عمودى عليه بقع ميله \times العمودى
او اشتطبت واخبر الاشارة على طول

$$\text{ميل المستقيم المار بـ } (2, 1) = \frac{1 - 0}{2 - 0} = \frac{1}{2}$$

\therefore المستقيم متعامد $\therefore 1 \times \frac{1}{2} = -1$
 $2 + 5 - 3 = 4 \quad \therefore (2, 1) \in$ المستقيم \therefore تحققه معادلة المستقيم

$$\begin{aligned} & 2 = 2 + 1 \times 2 \quad \therefore 1 = 1 \\ & \text{معادلة الخط المستقيم} \quad \boxed{1 - 5 = 2} \end{aligned}$$

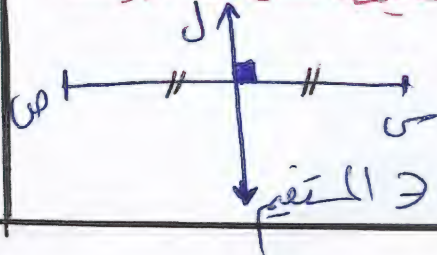
ملاحظات ① معادلة المستقيم المار بنقطة الاصل هي $2 - 5 = 4$
② معادلة المستقيم الموازى لمحور السينات ويمر بالنقطة (٢، ١) هي

هي $5 = 2 + 1 \times 2$

③ معادلة المستقيم الموازى لمحور الصادات ويمر بالنقطة (٢، ١) هي

هي $5 = 2 + 1 \times 2$

القطعة المستقيمة هي $2 - 5 = 4$



مثال اوجد معادلة محور تماثل
محور التماثل ينصف وعمودى على
بقع الاول هجيب الميل وبعد كده اشوف نقطة تمام \in المستقيم

$$\begin{aligned} & \text{محور التماثل ينصف وعمودى على} \\ & \text{بقع الاول هجيب الميل وبعد كده اشوف نقطة تمام } \in \text{ المستقيم} \end{aligned}$$

$$\text{ميل } \overrightarrow{MN} = \frac{y_M - y_N}{x_M - x_N} = \frac{4 - 7}{3 - 0} = -1$$

تشقيل وأغبر إشارة

$\therefore \overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{PQ}$ ميل محور القائل = 1

فاصل النقطة نقطة منتصف $\overrightarrow{MN} \ni$ محور القائل قائم

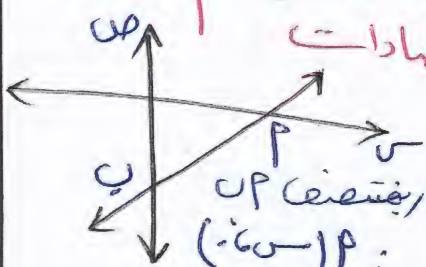
$$\therefore \text{نقطة المنتصف } \overrightarrow{MN} = \left(\frac{0+3}{2}, \frac{4+7}{2} \right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{11}{2} \right) = (1.5, 5.5)$$

$$\therefore (1.5, 5.5) \text{ تحدد معادلة محور القائل } \overrightarrow{MN} = 0 + 5 = 5 + 0$$

$$\therefore 2 = 1 + 0 \quad 3 = 0 \quad \text{معادلة محور القائل } \overrightarrow{MN} = 5 + 0 = 5$$

مثال إذا كان المستقيم: $5x - 3y - 6 = 0$ يقطع محور السينات عند النقطة P ومحور الصادات عند النقطة Q ويوازي محور الصادات المستقيم المار بنقطة منتصف PQ

الحل



هنا الأول عايز P بعد كدة عايز معادلة مستقيم المار بنقطة منتصف PQ
 $\therefore 5x - 3y - 6 = 0 \rightarrow$ تقطع محور السينات في P $\therefore P(1.2, 0)$
 تقطع محور الصادات في Q $\therefore Q(0, -2)$

ممكن من المعادلة أحييت علطول الجزء المقطوع منه محور الصادات = معامل \overrightarrow{MN}
 هنا الإشارة موجبة لأنها بالالب عايز لأنه أنا مش
 $\therefore \frac{1}{3} = \frac{7}{0-4} = -1.75$ ميل \overrightarrow{MN}

النقطة P(1.2, 0) \ni المستقيم المحسوب ميله $\therefore 5x - 3y - 6 = 0$ ميله $\therefore 5 = 3$
 كده تمام أول مطلوب

ثاني مطلوب عايز معادلة المستقيم المار بنقطة منتصف PQ ويوازي محور الصادات
 يعني عايز نقطة المنتصف فقط ونشوف المعادلة هي $5x - 3y - 6 = 0$
 نقطة منتصف PQ $= \left(\frac{1.2+0}{2}, \frac{0-2}{2} \right) = \left(\frac{1.2}{2}, -1 \right) = (0.6, -1)$

\therefore معادلة المستقيم المار $(0.6, -1)$ ويوازي الصادات هي $5x - 3y - 6 = 0$
 $\frac{5}{3} = 0$

مثال إذا كان المستقيم $2x - 1 = 0$ المستقيم الذي يصنع مع الإبقاء المحسوب لمحور السينات زاوية موهبة 45° متوازيه فأوجد له

الحل

المستقيمات متوازية \therefore ميل المستقيم الأول = ميل المستقيم الثاني
 $\rightarrow 2x - 1 = 0 \rightarrow 2x = 1 \rightarrow x = 0.5$

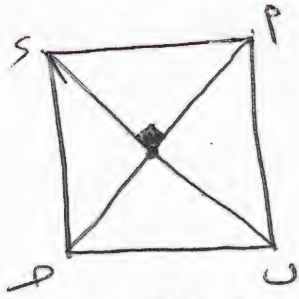
$$1 - 0 = 1$$

مثال

أ ب د ه مربع فيه م (٤٠) هـ (-٦٩) فأوجد

معادلة \vec{SU}

الحل



هنا معديش ولا حيل ولا نقطة $\Rightarrow \vec{SU}$

بيف هجهاز السؤال الأول إزاي

صه خواص المربع القطران متعادله وينصف كل منها الآخر

بيف هجيب حيل \vec{PM} ومنه أجيب حيل \vec{SU}

كمان نقطة منتصف \vec{PM} هـ برضو منتصف \vec{SU} تمام

حيل $\vec{PM} = \frac{4-7}{0-1} = \frac{9}{-1} = -9 = \frac{1}{-1} \dots$ القطران متعادله

\therefore حيل $\vec{SU} = 2$

معادلة \vec{SU} هـ $3 = 2 + 1$

\therefore نقطة منتصف $\vec{PM} \Rightarrow$ المستقيم \vec{SU}

منتصف $\vec{PM} = (\frac{7+4}{2}, \frac{1-0}{2}) = (\frac{11}{2}, \frac{1}{2})$ تحققه معادلة \vec{SU}

$\therefore 2 + 2x = 0 \leftarrow 1 = 1$

\therefore معادلة \vec{SU} هـ

$$1 - 3 = 0$$

مثال

في الشكل المقابل النقط م (٦٩) و ن (٠٠)

ب (٢٤) هـ رؤوس معينه أوجد

① إحداثي هـ ② معادلة المستقيم \vec{OH} ③ هـ (٤٠هـ)

الحل

علشان أجيب هـ عندي نقطة منتصف \vec{OM} هـ نقطة منتصف \vec{ON} تمام

بعد كدة حايز معادلة المستقيم \vec{OH} بق عندي نقطه هـ و أعرف أجيب الحيل تمام

هـ (٤٠هـ) إزاي تحس أجيب تيا ح زاوية (هـ أ و د) حيل \vec{OH} ومنه

أجيب زاوية (هـ أ و هـ)

نقطة منتصف $\vec{OM} =$ نقطة منتصف \vec{ON}

$$(\frac{69+0}{2}, \frac{1-0}{2}) = (\frac{69}{2}, \frac{1}{2})$$

$$(\frac{24}{2}, \frac{0}{2}) = (\frac{12}{2}, \frac{0}{2})$$

$$\frac{4}{2} = \frac{12}{2} \text{ ومنه } 4 = 12 \text{ ومنه } 8 = 12$$

$$8 = 12 \text{ ومنه } 8 = 12$$

٢٢

$$1 = \frac{\lambda_-}{\lambda_+} = \frac{\psi_- \psi_+}{\psi_+ \psi_-} = 1 \quad \Leftarrow$$

∴ حل $\vec{s} = \text{ظا}(\hat{d}, s) \Leftarrow \text{ظا}(\hat{d}, s) = 1 \therefore (s, \hat{d}) = 0$

$$\eta_0 = \xi_0 - \ln = (\hat{\sigma}^2) N$$

مثال في الشكل المقابل المستقيم \overleftrightarrow{AB} يقطع منه المحور الصادي جزءاً ١ طوله ٣ وحدات طول و ٢ وحدات طول $0 = \overline{AP}$ وحدات طول
أوجد: معادلة المستقيم \overleftrightarrow{AB}

31

هنا عدى ٢ (٣٠٠) لانه طول الجزء المقطوعه الصادات = ٢ و صادات
تمام ناقص اعرف نقطه ١٤٤ (ب) عدى طول $\overline{AB} = 60$ و $\overline{AB} = ٢$
صفر اُجب و

$\therefore \vec{AP}$ يقطع محور المماسات في جزء طوله ٣ وحدات
 Δ AP قائم في (P) $\therefore (O) = 90^\circ = 90 - 9 = 17$ $\therefore \angle B = 17^\circ$ وحدة طول

كرة عند الميل والجزء المقطوع

$$\frac{3}{4} = \frac{3 - \text{مف}}{4 - 0} = \frac{3 - \text{مف}}{4}$$

كرة عندى الميل والجزء المقطوع

∴ معادلة التخميم $\frac{2}{\epsilon} = 3 + 5$ هو

مثال في الشكل المقابل

$$\frac{4}{3} = \frac{1}{2} \text{ (وحد)}$$

⑪ عدد $(n \wedge m)$ ⑫ احدائى التقاطع

٣) ميل المستقيم \vec{m} $\textcircled{4}$ معادلة المستقيم l بالنقطة P

و عودی علی

الى

ماول نفال

diapirasis

الحمد لله الوهدة خلصت

التوفيق يا رب

هاب المثلثات

النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

حساب المثلثات : فرع من فروع الرياضيات يقوم بدراسة النسب
بين أطوال أضلاع المثلث وقياسات زوايا المثلث
قبل بداية شرح الدرس نفكر مع بعض مجموعة نقاط مهمة

١- القياس التقني للزاوية
مثلا 40° 50° غايز أعرف الزاوية دي بتساوي كام درجة
الآلة الحاسبة 50 40 $=$ 25.75 25 45 13 25

٥ مجموع قيا - المذاوئير المتعاقبة = ٩٠

٣ مجموع قياس الزاويتين المتكاملتين = ١٨٠

٤ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية = ١٨٠°

5 نظریه ضیاع در ΔABC قائم الزامی

$$^c(AB) + ^c(BC) = ^c(AC)$$

۶ نظریۂ اقلیدس

$$AP \times \leq P = {}^c(P \cup)$$

$$\frac{\Delta C \times CP}{\Delta P} = SW$$

مثال ۵) اذ كانت النسبة بين عيا و زوايا من كاملتي ۲: ۵

فأوجد القياس السببي لكل منهما **الحل**

ز او سہ منکا ملے ← مجموعہ ۱۸ بقول النبی ص ۵۱۳

هفرضه انه الزاوية الأولى α ← بين الثانية θ و

$$\zeta_{\rho=0} = \psi \quad \therefore \quad 1\alpha = \psi \rightarrow 1 \leftarrow \quad 1\alpha = \psi_0 + \psi_f \quad \therefore$$

الزاوية الأخرى = $2 \times 65^\circ = 130^\circ$ ، $\angle P = 67^\circ$ ، باستخدام الآلة والخطأ إلى $\angle Q = 67^\circ$.

الزاوية الثامنة = $200^\circ 50'$ = 114°

مثال إذا كانت النسبة بين قياسات الزوايا الداخلة لمثلث $۷ : ۴ : ۳$ فأوجد القياسات التي لكل زاوية

الحل

هفرض انه الزوايا هـ ۳-س ، ۴-س ، ۷-س مجموعهم $۱۸۰ =$
 $\therefore ۲-س + ۴-س + ۷-س = ۱۸۰$ كحل أنت الحل

نشوف بقى النسب المثلثية للزاوية الحادة

هـ نسبة سـ هـ طولى ضلعين هـ المثلث القائم

يوجد ثلاث نسب مثلثية للزاوية الحادة وتكتب (حـ) \hat{P}

[جيب الزاوية] **فرزها (حـ)** = $\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية}}{\text{طول الوتر}}$

[جيب تمام الزاوية] **تمام** = $\frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية}}{\text{طول الوتر}}$

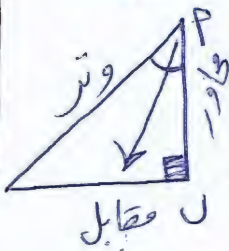
[ظل الزاوية] **ظل** = $\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية}}{\text{طول المجاور للزاوية}}$

أسميهم على الوتر

Sin

cos

tan

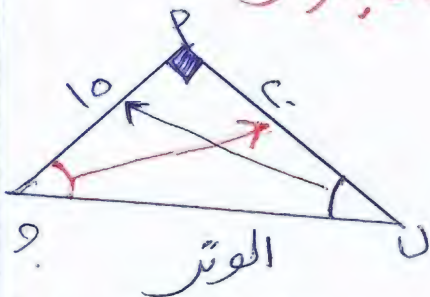


نرسم مثلث قائم ونشوف نجيب الكلام ده إزاي

مجان النسب دي لازم هـ مثلث قائم حتى بالك

في الشكل المقابل أوجد النسب المثلثية للزاوية ب ، ج

الحل



علشان أعرف أجب النسب المثلثية لازم يكون عندي كل الأضلاع معلومة
 طيب عايز الوتر طول حتى مشاعورت

$$(ن) = (م) = (۹۰) = (۹ + ۴ + ۱۰) = ۶۵ \leftarrow ۵۰ = ۲۵$$

النسب المثلثية (حـ)

$$\text{حـ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{۴}{۱۰} = \frac{۲}{۵}$$

$$\text{تمام} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{۱۰}{۱۰} = ۱$$

$$\text{ظل} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{۴}{۱۰} = \frac{۲}{۵}$$

النسب المثلثية (بـ)

حاجب المقابل أروح عند (ن) و أشوف
 الوتر فيه الضلع المقابل لـ ۴

$$\text{حـ} = \frac{۴}{۱۰} = \frac{۲}{۵}$$

$$\text{تمام} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{۱۰}{۱۰} = ۱$$

$$\text{ظل} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{۴}{۱۰} = \frac{۲}{۵}$$

* **و** **ل** **ز** **ه** **م** **ح** **ا** **ج** **ة** **م** **ر** **ا** **ل** **د** **ر** **س** **أ** **ح** **ض** **ظ** **ا** **ل** **ق** **و** **ا** **ن** **ش** **ه** **و** **أ** **ع** **ر** **ف** **أ** **م** **د** **ف** **ي** **ه** **ا** **ل** **م** **ق** **ا** **ب** **ل**
و **ف** **ي** **ه** **ا** **ل** **م** **ج** **ا** **و** **ر** **و** **ط** **ي** **ع** **ا** **ل** **و** **ت** **ر** **س** **و** **ل** **ح** **د** **أ** **←** **ه** **و** **ا** **ل** **م** **ق** **ا** **ب** **ل** **ل** **ز** **ا** **و** **ي** **ة** **ا** **ل** **ق** **ا** **ط** **ة**
و **ل** **و** **ف** **ي** **ه** **ا** **ل** **م** **ج** **ا** **و** **ر** **أ** **ج** **ي** **ي** **ه** **ا** **ل** **أ** **و** **ل** **ز** **م** **أ** **ك** **و** **ه** **ش** **غ** **ا** **ل** **د** **ا** **ف** **ل** **م** **ت** **ل** **ت** **ق** **ا** **ن** **م**

مثال من صرع حثلت قائم الزاوية فرعي ، سرع $V = 3 \text{ م/ث}$ ، من $u = 20 \text{ م/ث}$
 لوحد قيمة كل واحد \rightarrow **طاس و طاس** \rightarrow من زاوية 30° \rightarrow طاس + طاس

الحل

أدرك الأول المثلث ناقص طول عن دُميه

۵۰: سرخ میں قائم فرم

$$C \cdot 0.76 = {}^cV - {}^cCO = {}^c(مسع) - {}^c(موس) = {}^c(مع) \therefore$$

$$\frac{v}{c_2} = \frac{\text{سرعة}}{\text{سرعة}} = \text{طماص} \quad \text{و} \quad \frac{c_2}{v} = \frac{\text{سرعة}}{\text{سرعة}} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \text{طماص}$$

$$I = \frac{V}{R} \times \frac{R}{V} = \frac{V}{R} \times \frac{R}{V} \quad \text{--- (1)}$$

حاشی و بعدیہ اربعہ، و كذلك ۴۴

حبيب

۴) ماس + ماس \rightarrow ماس
 ماس = $\frac{\text{المقابل}}{\text{القدر}} = \frac{ع ۴۵}{ص ۲۵} = \frac{۹}{۵}$
 ماس = $\frac{۹}{۵}$
 ماس = $\frac{۹}{۵} \times ۱۰۰ = ۱۸۰\%$

$$1 = \frac{720}{720} = \left(\frac{7}{20}\right) + \left(\frac{94}{20}\right) = \text{حاجتي} + \text{حاجتي} = \text{القدر}$$

مثال ٣ م د مثلث قائم فرب فاذا كان $AB = 37$ م فأوجد النسبة المثلثية للزاوية جـ

المثلثية للزاوية جـ

الحل

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{C_P}{C_P} \leftarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{C_P}{C_P} \therefore$$

طريقا دي نية وليين طول الأضلاع الحقيقة هعوض

طريقا دي نيب وليك طول الأضلاع الخمسة. ونظم ذهب لـ ج

$\therefore \vec{AB} = \vec{AP} + \vec{PB}$ ، ومدة طول
 $\leftarrow 1 = 2 - 4 = (AM) - (MP) = (MB)$.
 ∴ $(MB) = (MA)$ ، مما يثبت أن M هو منتصف AB .

$\therefore (m) = (n) = (o)$ ، صام ، فاج

حطوب النيب الثلثية $\frac{37}{2}$ حطام = $\frac{37}{2}$ حطام = $\frac{37}{2}$ حطام

$$\sqrt[3]{V} = \frac{\sqrt[3]{V}}{1} = \frac{\text{مقدار قابل}}{\text{مقام}} = \text{خلا}$$

مثال MP و MS متباعدة متوازيين في M ، $\angle (P) = 90^\circ$ ، $MP = 3$
 $MS = 4$ ، $SP = 5$ ، أثبت أن $MS \perp MP$ - $\angle (P) = 90^\circ$

الحل

الخطوة الأولى
 أذكر المألة

لأن الزوايا تكون داخلية قائمة
 زاوية (P) داخلية قائمة وهو قائم

نرسم $MS \perp MP$

حتى تكون زاوية (S) داخلية قائمة أيضا

أذكر المضلع محتاج متساويين $MS = MP$ ، $MS = 4$ ، $MP = 3$
 أذكر المضلع محتاج متساويين $MS = MP$ ، $MS = 4$ ، $MP = 3$

$MS \parallel MP$ ، $MS \perp MP$ ، $MS \perp MP$

الخطوة الثانية مستطيل $MS = MP$ ، $MS = 4$ ، $MP = 3$

الخطوة الثالثة قائم $MS = MP$ ، $MS = 4$ ، $MP = 3$

الخطوة الرابعة $MS = MP$ ، $MS = 4$ ، $MP = 3$

مثال MP و MS متباعدة متوازيين في M ، $\angle (P) = 90^\circ$ ، $MP = 3$
 $MS = 4$ ، $SP = 5$ ، أثبت أن $MS \perp MP$

الخطوة الأولى $MS = MP$ ، $MS = 4$ ، $MP = 3$

الحل

لازم أن يكون $MS \perp MP$
 نرسم $MS \perp MP$ ، $MS \perp MP$

أكمل أنت الحل

ملاحظات مهمة

إذا كان $\angle (P) + \angle (S) = 90^\circ$ فإنه $MS \perp MP$ ، $MS \perp MP$

والعكس صحيح أي أنه لو كان $\angle (P) + \angle (S) = 90^\circ$ ، $MS \perp MP$

أي أنه $\angle (P) + \angle (S) = 90^\circ$

الخطوة الأولى $MS \perp MP$ ، $MS \perp MP$

④ حاس = حاب ٦٠ متا ٢٠ - حقا ٦٠ حاب ٢٠ حيث ٢٠ د ٩٠



هعوفن واقتكر انه حاب ٦٠ = حتا ٢٠ الحل حاب ٦٠ = حتا ٢٠

$$\begin{aligned} \text{حاس} &= \frac{37}{9} \times \frac{37}{9} - \frac{1}{9} \times \frac{1}{9} \leftarrow \text{حاس} = \frac{2}{9} - \frac{1}{9} = \frac{1}{9} = \frac{9}{9} = \frac{1}{9} \\ \text{حاس} &= \frac{1}{9} \quad \text{أية عندى ال حاب} \quad \frac{1}{9} = \frac{1}{9} \quad \frac{1}{9} = 30 \text{ حاب} \\ \therefore \text{حاس} &= 30^\circ \end{aligned}$$

مثال إذا كان حاس = حاب ٢٠ حاب ٦٠ حيث من زاوية حادة
أوجد قيمة حتا حاب ٢٠ من مدونه الآلة

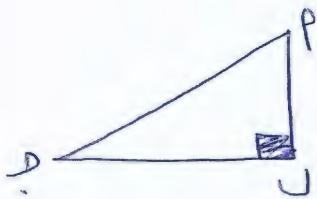
الحل

لأول الأول (عرف قيمة حاس

$$\begin{aligned} \text{حاس} &= \text{حاب} ٢٠ \text{ حاب} ٦٠ \leftarrow \text{حاس} = \frac{1}{37} \times \frac{37}{9} \leftarrow \text{حاس} = \frac{1}{9} \\ \therefore \text{حاس} &= 30^\circ \end{aligned}$$

$$\therefore \text{قيمة المقدار حتا حاب} ٢٠ \text{ حاب} ٦٠ = \frac{37}{9} \times \frac{37}{9} = \frac{37}{9} \times \frac{37}{9} = \frac{37}{9} \times \frac{37}{9}$$

$$7 =$$



مثال في الشكل المقابل حاب (٢٠) = حاب (٢٠)
أوجد قيمة حتا حاب ٢٠ + حاب ٢٠

الحل

المثلث قائم الزاوية

$$\begin{aligned} \therefore \text{حاس} (٢٠) + \text{حاس} (٢٠) &= 90^\circ \leftarrow \text{حاس} (٢٠) = \frac{20}{37} + \frac{20}{37} = \frac{40}{37} \\ \therefore \text{حاس} (٢٠) &= 30^\circ \leftarrow \text{حاس} (٢٠) = \frac{20}{37} \text{ أو طول حاب} \Delta \text{ قائم} \\ \text{حيث } 20 &= 30 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{حتا} ٦٠ + \text{حتا} ٢٠ = \left(\frac{1}{37}\right) + \left(\frac{1}{9}\right) = \frac{2}{9} + \frac{1}{3} = \frac{7}{9}$$

بدون استخدام الآلة مثبت ① متباينة = ۲ متباينة ۱-۲



الحل

الطرف الأيمن = متناهي = $\frac{1}{2}$

الطرف الايسر = c متساوياً $= 1 - \frac{2}{c} = 1 - \left(\frac{37}{9}\right) \times c = 1 - \frac{2}{\frac{37}{9}} = 1 - \frac{2 \times 9}{37} = 1 - \frac{18}{37}$
 ∴ الطرفان متساويان

∴ الطرفان متساويان

$$\frac{r \cdot \dot{b} \cdot e}{r \cdot b - 1} = -\dot{b} \cdot e$$

الحل

الطرق الأربعة = خلا = ٦٧

الطرف الايسر = $\frac{20 \times 2}{20 - 1} = \frac{40}{19}$

$$\sqrt{V} = \frac{2}{5} \times \frac{r}{\sqrt{V}}$$

∴ الطرفان متساويان

* اوسط قیمت سے ⑤ سے ماہ ۴ = ظاہر

۱۳۱

موضوع النبوة واجيب

$$y = c x^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{c} \times 0 \leftarrow \left(\frac{1}{c} \right) = \left(\frac{1}{c} \right) \times 0$$

⑤ $4 = 2 \times 2 = 2 \times 2 \times 1$

الحل

$$3 = \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) \times 18 \rightarrow 3 = 3 \therefore \frac{1}{2} = 3$$

③ خلاص = ۴ حا. ۲. حتا. ۶. حیت سے زاویہ ہادیہ

١٣١

اقتد بالی انہما سے زاویہ عمل آئیہ ^{اصل} ~~موضع~~ واجب ظاہر = ؟
و بعدہ (شوف) محبت سے لودھا لڑائی

خط ٤٥ = ١ ← خط ٥ = ١
خط ٥ = ٤٥ ← خط ١ = ٥

تابع النسب المثلثية الأساسية لنصف الزوايا

أخذنا الدرس السابق إزاي أجب النسب المثلثية للزوايا
(٢٠، ٤٥، ٦٠) وعرفنا كمان لو كان معطى العكس النسب
وعايز الزاوية مثلا هاجس = $\frac{1}{2}$ ← نشوف ايتا الزاوية اللي جيبها = $\frac{1}{2}$
س = ٢٠° تمام كدة

اليوم هتوف إزاي أجب النسب المثلثية لأي زاوية
مثال ١ أوجد قيمة كل مما يأتي
① ح ٢٥ ح ٢٥

مهندسة جنى احمد

الحل

هنا الزاوية دي مش عدى فى الجدول يبقى لازم استخدم الآلة

$$\sin 35^\circ 25' = 0.57952$$

$$\therefore \text{ح } ٢٥ \text{ ح } ٢٥ \approx ٠.٥٨$$

$$\textcircled{2} \text{ هنا } ٢٥ \text{ ح } ٧٢$$

الحل

$$\cos 72^\circ 35' = 0.29932$$

$$\therefore \text{هنا } ٢٥ \text{ ح } ٧٢ \approx ٠.٢٩٩$$

$$\tan 76^\circ 32' 15'' = 4.1773$$

$$\textcircled{3} \text{ طاه } ٧٦ \text{ ح } ٧٢ \approx ١٨$$

لو معطى العكس وعابيز الزاوية هعمل أية

مثال ٢ أوجد قيمة كل مما يأتي

$$\textcircled{1} \text{ ح } ٢٥ = ٠.٢٩٤٥ \text{ أوجد س}$$

الحل

هنا علنا أجب الزاوية هتخدم الآلة أيضا $\sin 0.3945 = 23.235$

بعد كدة هتكتب على درره علنا أجب الزاوية بالدرجات والدقائق

$$\therefore \text{س} \approx ٢٣^\circ ١٤' ٥.٢٦''$$

$$\textcircled{2} \text{ هنا س} = ٠.٧١٥٢ \text{ أوجد س}$$

$$\text{shift} \cos 0.7152 = 44.3404$$

$$\text{بعد كدة أوجد س } 44^\circ 20' 25.47''$$

$$\text{س} \approx ٢٥^\circ ٢٠' ٤٤''$$

shift tan 1.784 = 60.7277

60° 43' 39.75"

3) خلاص = 6.784

60° 42' 4" = 6.784

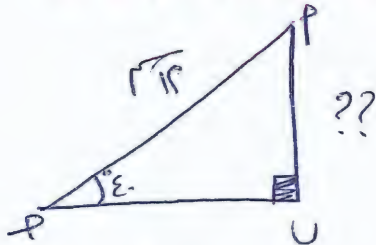
لاحظ لو كانه عايز الزاوية لازم اعل shift

مهندسة حنى احمد

مثال 2) اذا كانه م ن د مثلث قائم فب وكانه م د = 40°

م = 14 = اوحد لا قرب سم طول م ن

الحل



بالالة $\sin 40 = 0.6428$

هرم الاول
هنا عدى زاوية م مكنه اُصيب حاج

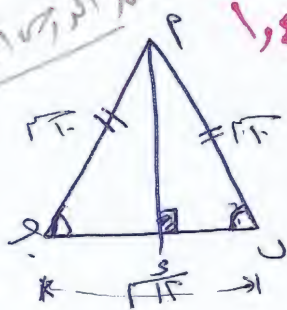
$\frac{ND}{MD} = \sin 40 \leftarrow \frac{ND}{14} = 0.6428$

$\therefore ND = 0.6428 \times 14 = 9.0$

$ND \approx 9$

مثال 3) مثلث م ن د فيه م = 40° ، م = 40° ، م ن د = 140° ، م ن د = 140°

منه الهرم الاول



يقطعه من د اُصبت انه حاج + محتاج = 14

الحل

هرم اُيضاً
كدة قائم عدى ب ، ب كل منها داخل مثلث قائم
... $\triangle MND$ متساوي الساقين ، $ND \perp MN$

$\therefore \angle M = \angle N = 40^\circ$

$\angle D = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$

كده انا حيزت السؤال

$ND = 9$

$14 = \frac{14}{1} = \frac{7}{1} + \frac{7}{1} = \frac{MD}{ND} + \frac{ND}{MD} = \frac{MD}{9} + \frac{9}{MD}$

$14 = \text{حاج} + \text{محتاج}$



أول حاجة هم السؤال وزحاول انهم عايزا
ظلمنا شغال صاحب طلائع بيقت عايز طلائع
نرمم ٢٠١٤-٢٠١٥ **قام** زقد اصبحت عام

نرم ۲ و ۱ و ۵ تمام زود اُپیت و تمام

$$\frac{\Delta S}{\Delta P} = \Delta L + \Delta P \Delta$$

مهندسة جنى احمد

$$\frac{\Delta S}{15,7} = 14,6 \text{ cal}$$

$\therefore \Delta \approx 1,22$ من جانب Δ
 $\therefore \Delta \approx 1,22$ من جانب Δ
 $\therefore \Delta \approx 1,22$ من جانب Δ
 $\therefore \Delta \approx 1,22$ من جانب Δ

$$\sqrt{c_{10}} \approx c_{109} =$$

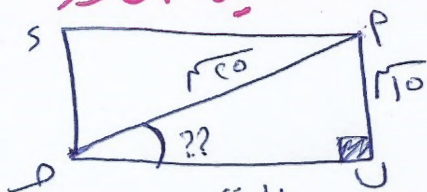
محافظة
البحر الأحمر

$$\cos 84.22, 24.22$$
$$= 0.09758$$

ضرب السطح 12.78
على طول 1.92

مثال في الشكل المقابل أوجد $\angle P$ و $\angle Q$ ، ماعلة المتطيل PQ

الحل



هجيب الزاوية مشي معط أطول أقدر

زُيِّلَ مِنْهُ الشَّيْبُ الْمَثَلِيَّةُ هُنَا $\frac{U}{c}$ مَقْطَعُ مَقَالٍ وَالْوَقْتُ

$$\therefore \Delta u_B = \text{قائم على } B \leftarrow \text{جا } (\hat{u}_B) = \frac{u_P}{u_P} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

ما (م) = $\frac{2}{5}$ من حافظ زاوية الحائض = $\frac{2}{5}$ يتقاسم

shift $\sin(3/5) = 36.87^\circ$

عبد الله بن عبد الله

$36^{\circ} 52' 11.63'' \rightarrow$ قيمت الثوار

٢٦٥٢١٤ = (٢٦٥٢١٤) = (٢٦٥٢١٤)

© L هي المتصل = $u \text{ و } x$ أب

$\Delta U = 200 - 700 = (U_2) - (U_1) = (U_2)$ من ٢٠٠ ج

$$20 = 5 \times 4$$

* $r_{00} = 10 \times r_0 = 10 \times 10^{-10} \text{ m}$

اختبار على الوحدة الرابعة

س١: اختر الزاوية الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

① إذا كان $\angle A = 50^\circ$ ، $\angle B = 70^\circ$ ، حيث $\angle C$ زاوية حادة فانه $\angle C =$ ()
(20° ، 40° ، 60°)

② في $\triangle ABC$ قائم الزاوية $\angle C$ يكون $\angle A + \angle B =$ ()
(90° ، 180° ، 270°)

③ في $\triangle ABC$ إذا كان $\angle A = 50^\circ$ ، $\angle B = 70^\circ$ ، $\angle C = 60^\circ$ ، فانه $\angle C =$ ()
(20° ، 40° ، 60°)

④ إذا كانت النقطة D تقع على BC ، $AD \perp BC$ ، $\angle A = 50^\circ$ ، $\angle B = 70^\circ$ ، فانه $\angle C =$ ()
(20° ، 40° ، 60°)

⑤ في المثلث القائم الزاوية $\triangle ABC$ ، $\angle C = 90^\circ$ ، $\angle A = 50^\circ$ ، $\angle B = 70^\circ$ ، فانه $\angle C =$ ()
(20° ، 40° ، 60°)

⑥ إذا كان $\angle A = 50^\circ$ ، $\angle B = 70^\circ$ ، $\angle C = 60^\circ$ ، فانه $\angle C =$ ()
(20° ، 40° ، 60°)

س٢: من ص أو خطأ
① إذا كان $\angle A = 50^\circ$ ، $\angle B = 70^\circ$ ، $\angle C = 60^\circ$ ، فانه $\angle C = 60^\circ$ ()
② إذا كان $\angle A = 50^\circ$ ، $\angle B = 70^\circ$ ، $\angle C = 60^\circ$ ، فانه $\angle C = 60^\circ$ ()

س٣: أوجد قيمة x

① $\angle A = 50^\circ$ ، $\angle B = 70^\circ$ ، $\angle C = 60^\circ$ ، فانه $\angle C = 60^\circ$ ()

② $\angle A = 50^\circ$ ، $\angle B = 70^\circ$ ، $\angle C = 60^\circ$ ، فانه $\angle C = 60^\circ$ ()

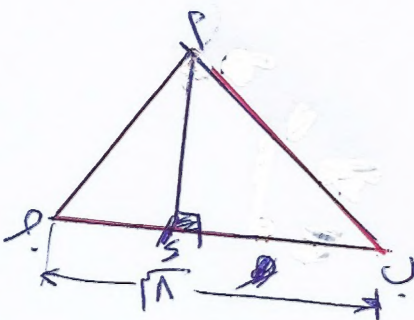
س٤: في الشكل المقابل

$\triangle ABC$ قائم الزاوية $\angle C$ ، $\angle A = 50^\circ$ ، $\angle B = 70^\circ$ ، فانه $\angle C = 60^\circ$ ()

س٥: في الشكل المقابل

$\triangle ABC$ قائم الزاوية $\angle C$ ، $\angle A = 50^\circ$ ، $\angle B = 70^\circ$ ، فانه $\angle C = 60^\circ$ ()

س٦: أوجد من $\angle A + \angle B + \angle C =$ ()

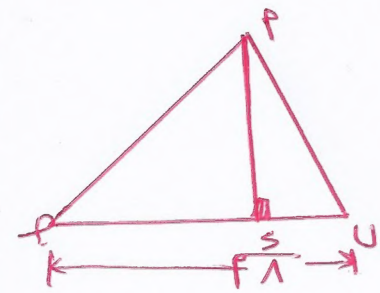


1 اختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

- ① إذا كان $\sin \theta = \frac{1}{2}$ حيث θ زاوية حادة فبانه $\theta = \dots$ (١٥، ٣٠، ٤٥، ٦٠)
 ② إذا كان $\cos \theta = \frac{1}{2}$ قطر في دائرة حيث $\theta = (٥١-٥٢)$ ب (١٢٣) فانه إحدى مركز الدائرة هو
 ③ ميل المستقيم $2x - 3y + 12 = 0$ هو
 ④ معادلة المستقيم المار بالنقطة $(2, -1)$ وبارزى محور الصادات هي
 ⑤ إذا كان $\sin \theta = \frac{1}{2}$ قائم الزاوية في ب فانه $\cos \theta = \dots$ (١٢٣، ١٣٤، ١٤٥، ١٥٦)
 ⑥ الأطوال التي تصلح ان تكون أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية هي
 ⑦ إذا كان $\sin \theta = \frac{1}{2}$ قائم الزاوية في ب فانه $\cos \theta = \dots$ (١٢٣، ١٣٤، ١٤٥، ١٥٦)

2 أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة $(2, -1)$ وعمودي على المستقيم $3x + 4y - 12 = 0$
 ① أثبت انه $2\cos \theta + 3\sin \theta = 1$ (بدون استخدام الآلة الحاسبة)

② أثبت انه المثلث الذي رؤوسه $M(4, 3)$ ب $(-3, 2)$ ه $(2, 0)$ قائم الزاوية
 في ب ثم أوجد إحدى الرئس التي تجعل الشكل PMH متطويلاً
 ③ أوجد قيمة $\sin \theta$ إذا كان $\cos \theta = \frac{1}{2}$ متطويلاً PMH متطويلاً



3 في الشكل المقابل
 ① $\sin \theta = \cos \theta$ $\theta = 45^\circ$ $\sin \theta = \cos \theta$ $\theta = 45^\circ$
 أوجد قيمة $\sin \theta + \cos \theta$ $\theta = 45^\circ$

② أثبت انه المستقيم المار بالنقطتين $M(2, 1)$ ب $(1, 1)$ يكون موازياً للمستقيم $2x - 3y + 12 = 0$ عند

4 أوجد الميل وطول الجزء المقطوع منه محور الصادات للمستقيم الذي معادلته

$$2 = \frac{y}{3} + \frac{x}{4}$$

⑤ زاويتاه 30° ب 60° متساوية النسبة بينهما ١:٢ أوجد $\sin \theta + \cos \theta$

بالتوفيق

مهندسة / منة أحمد